

## Ch2. Quantification et compositionnalité

### 1. Ambiguïté et inversion de portée

### 2. Donkey sentences

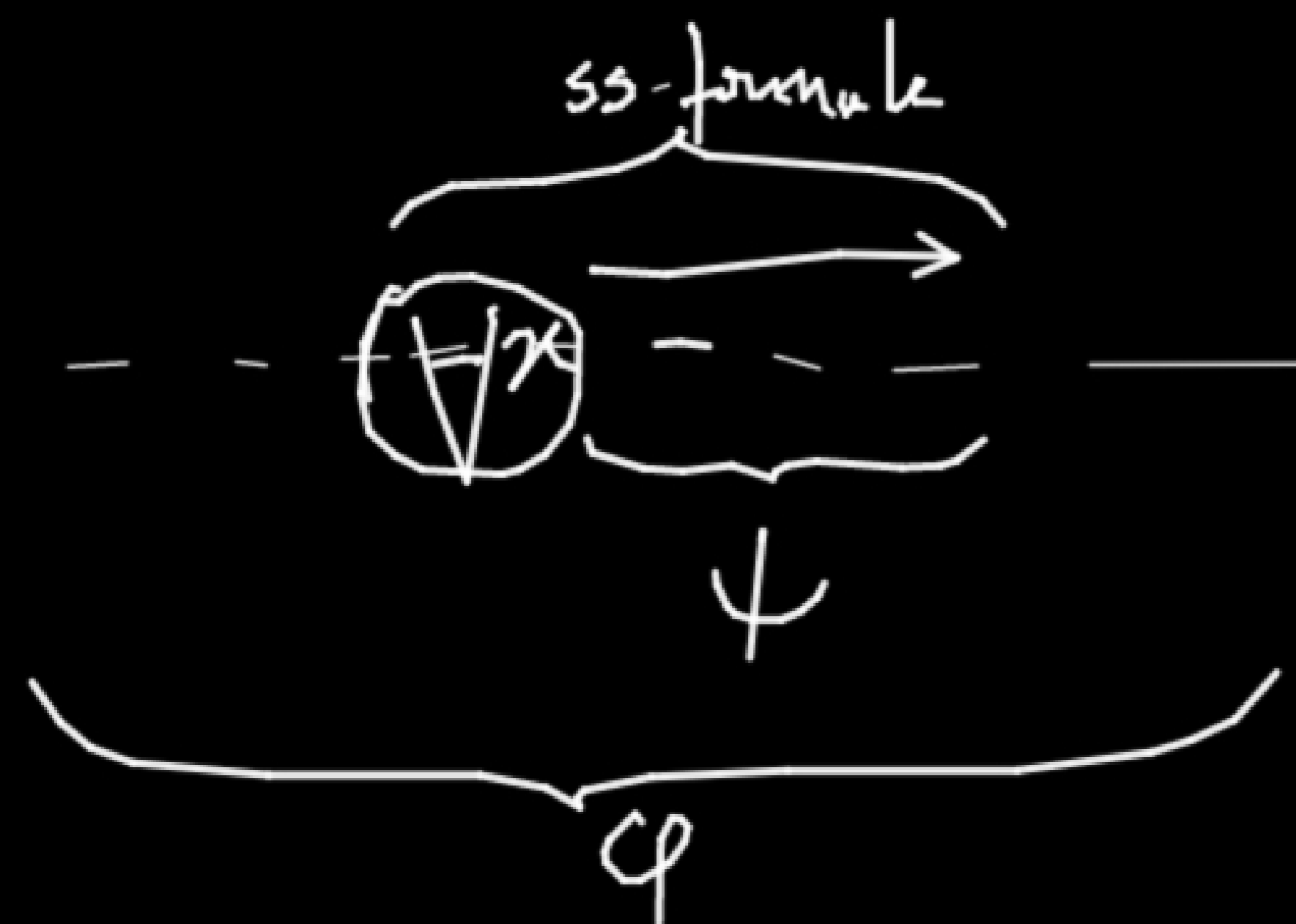
#### 2.1 retour sur la portée

#### 2.2 donkey sentences

### 3. Négation

#### 2.1 Portée

Def: Si  $\forall x \psi$  est une sous-formule de  $\phi$ , alors  $\psi$  est appelée la portée de cette occurrence du quantificateur  $\forall x$  dans  $\phi$ . m def pour  $\exists x$



## Def Fbf

(i) si  $P$  est un symbole de prédicat à  $n$  places  
si  $k_1 \dots k_n$  sont des constantes  
alors  $P(k_1, \dots, k_n)$  est une fbf

(ii) si  $\phi$  est une fbf  
alors  $\neg \phi$  est une fbf

(iii) si  $\phi$  et  $\psi$  st des fbf  
alors  $(\phi \wedge \psi)$ ,  $(\phi \vee \psi)$ ,  $(\phi \rightarrow \psi)$  st des fbf

(iv) si  $\phi$  est une fbf  
alors  $\forall x \phi$  et  $\exists x \phi$  st des fbf

(v) Rien d'autre n'est une fbf

$$\forall x (P_x \rightarrow ((A_{jx} \wedge \exists y (F_y \wedge Q_{jy})) \vee Q_{jx}))$$

$$P_x \rightarrow ((A_{jx} \wedge \exists y (F_y \wedge Q_{jy})) \vee Q_{jx})$$

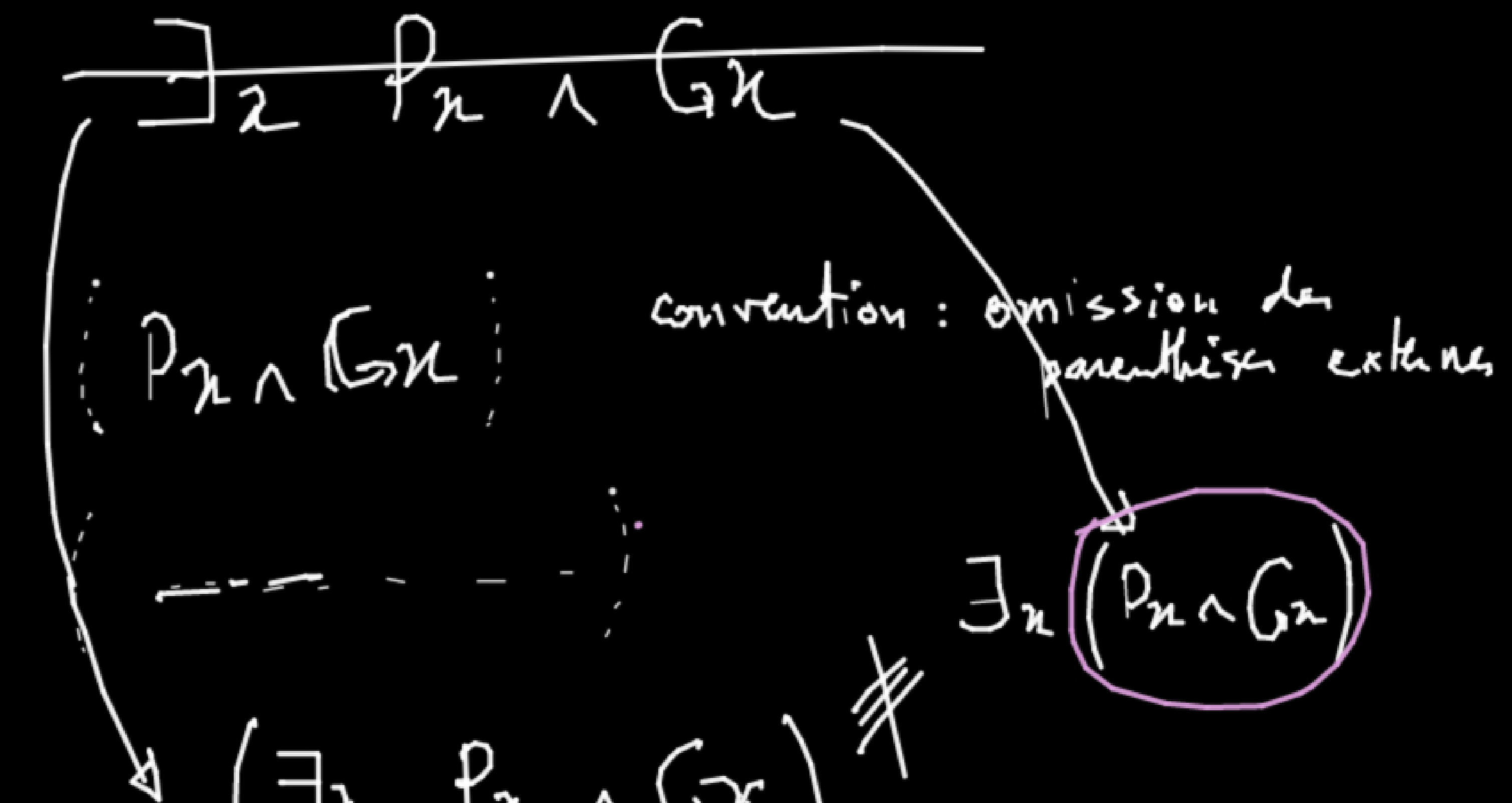
$$P_x \quad (i) \perp \quad ((A_{jx} \wedge \exists y (F_y \wedge Q_{jy})) \vee Q_{jx})$$

$$(A_{jx} \wedge \exists y (F_y \wedge Q_{jy})) \quad Q_{jx} \quad (i)$$

$$A_{jx} \quad \exists y (F_y \wedge Q_{jy})$$

$$\exists y (F_y \wedge Q_{jy})$$

$$F_y \quad Q_{jy}$$

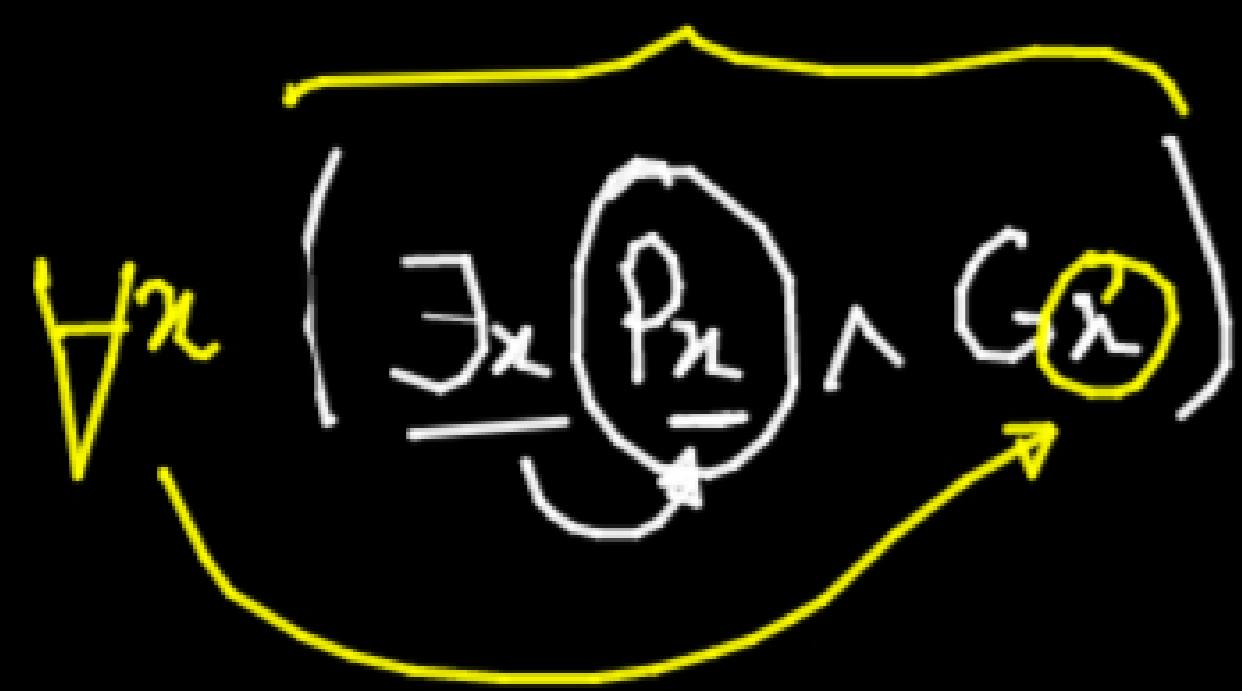


$$A \wedge B \wedge C \quad \left\langle \begin{array}{l} (A \wedge (B \wedge C)) \\ ((A \wedge B) \wedge C) \end{array} \right\rangle \equiv$$

$$P_x \rightarrow !$$

$$P_y \rightarrow \forall / \exists$$

- Def
- Une occurrence d'un var  $x$  ds la formule  $\varphi$  est dite libre si cette occurrence ne tombe pas dans la portée d'un quantificateur  $\forall x / \exists x$  apparaissant dans  $\varphi$ .
  - Si  $\forall x \psi$  (ou  $\exists x \psi$ ) est une sous-formule de  $\varphi$  et si  $x$  est libre dans  $\psi$ , alors cette occurrence de  $x$  est dite liée par le quantificateur  $\forall x$  (ou  $\exists x$ ).



$$\forall x (\exists y P_y \wedge G_x)$$

- Def Une phrase est une formule sans variable libre (formule close)
- fbf
- interprétables (phrases)
  - non interprétables (formules ouvertes)

$$P(y) \rightarrow \forall / \exists \quad \text{close}$$

$$P(x) \rightarrow ? \quad \text{ouverte}$$

$$\exists x P(x) \rightarrow \forall / \exists \quad \text{close}$$

## 2.2 Donkey sentences

S: Pedro possède un âne, il est riche

$$(\exists x (A_x \wedge P_x) \rightarrow R_p)$$

$$\equiv \forall x ((A_x \wedge P_x) \rightarrow R_p)$$

Quel que soit l'âne que Pedro possède, il est riche

S: Pedro possède un âne, il le bat.

~~$$(\exists x (A_x \wedge P_x) \rightarrow B_{px})$$~~

libre!

$$\forall x ((A_x \wedge P_x) \rightarrow B_{px}) \quad \checkmark$$

Tout étudiant sait qu'il va réussir

Aucun étudiant n'est sûr qu'il va réussir.

$$\neg \exists x (E_x \wedge S_{Kx})$$