

Exercice 1

Donnez trois exemples de phrases qui ne sont pas des propositions.

..... Corrigé

Phrases qui ne sont pas des propositions :

- (1)
- a. Va!
 - b. Viendras-tu demain ?
 - c. Pourquoi tant de haine ?
 - d. Aïe!
 - e. Quelle belle robe!

Il y a controverse pour les deux derniers cas, car il est relativement facile d'eliciter le contenu propositionnel exprimé par les interjections et les exclamatives.

Exercice 2

Pour chacun des cas suivants, proposez deux exemples (différents de ceux qui ont été présentés en cours).

- proposition complexe comprenant au moins trois propositions simples.
- proposition singulière avec un sujet pluriel.
- proposition thétique.
- proposition universelle négative

..... Corrigé

- proposition complexe comprenant au moins trois propositions simples.
S'il pleut et que le vent est fort, la route est sèche.
- proposition singulière avec un sujet pluriel.
Luce et Lucas sont endormis.
- proposition thétique.
Il vente.
- proposition universelle négative.
Aucun de mes amis n'est vacciné.

Exercice 3

Pour chacune des phrases suivantes, identifiez les propositions élémentaires qui la constituent, et proposez une "reformulation" au moyen des connecteurs *et*, *ou* et *si* et de la négation.

Exemple : *Lucas est actif et brouillon.* comprend deux propositions : (1) Lucas est actif, et (2) Lucas est brouillon. La phrase peut être reformulée en '*Lucas est actif et Lucas est brouillon*'.

- (2)
- a. L'infirmier est malade ou en retard.
 - b. Sam et Pam se sont mariés.
 - c. Sam et Pam aiment les animaux.
 - d. Luce est en retard mais si Annie est là, on va pouvoir ouvrir la porte.
 - e. Tu n'es ni mon ami ni mon ennemi.
 - f. Si tu as la moyenne, tu valides l'année, mais tu peux valider l'année sans avoir la moyenne.

..... Corrigé

- (3) a. L'infirmier est malade ou en retard.
 $P =$ l'infirmier est malade ; $Q =$ l'infirmier est en retard
 Reformulation : L'infirmier est malade ou l'infirmier est en retard.
 Formellement : $(P \vee Q)$
- b. Sam et Pam se sont mariés.
 On a ici comme souvent une ambiguïté lexicale : (A) le verbe *se marier* peut-être vu comme un prédicat collectif dont le sujet est nécessairement pluriel (*se marier = se marier ensemble*) — dans ce cas la proposition ne peut pas être décomposée car le fait de se marier ensemble est plus que la conjonction des deux propositions “*x s'est marié*” ; (B) le verbe peut-être lu de manière distributive : dans ce cas, la propriété de s'être marié est attribuée à chacun des deux sujets (que ce soit ensemble ou non) et on peut décomposer cette proposition en une conjonction de deux propositions élémentaires : *Sam s'est marié(e)* et *Pam s'est marié(e)*.
- c. Sam et Pam aiment les animaux.
 Le prédicat est forcément distributif ici : conjonction de deux propositions.
- d. Luce est en retard mais si Annie est là, on va pouvoir ouvrir la porte.
 Propositions élémentaires : *Luce est en retard* (L) ; *Annie est là* (A) ; *On va pouvoir ouvrir la porte* (P).
 Luce est en retard et si Annie est là, alors on va pouvoir ouvrir la porte
 Formellement : $(L \wedge (A \rightarrow P))$
- e. Tu n'es ni mon ami ni mon ennemi.
 Prop. élémentaires : tu es mon ami ; tu es mon ennemi.
 Reformulation : Il est faux que tu es mon ami et il est faux que tu es mon ennemi.
- f. Si tu as la moyenne, tu valides l'année, mais tu peux valider l'année sans avoir la moyenne.
 Formulation un peu plus explicite : si tu as la moyenne, alors tu valides l'année, mais il n'est pas vrai que si tu n'as pas la moyenne, tu ne valides pas l'année.
si tu as la moyenne, alors tu valides l'année et il est faux que si il est faux que tu as la moyenne alors il est faux que tu valides l'année.
 $((M \rightarrow V) \wedge \neg(\neg M \rightarrow \neg V))$

Exercice 4

Traduire, aussi précisément que possible, les phrases suivantes en logique propositionnelle. Indiquer à quelle phrase simple correspond chaque variable propositionnelle.

- (4) a. Pierre et Marie sont venus, alors que Paul non.
 b. Il est faux que Paul est venu.
 c. Jean et Marie ne viendront que si le métro fonctionne
 d. Jean viendra, à moins bien sûr que Marie ne vienne pas

..... Corrigé

- P : Pierre est venu P : Jean viendra
 Q : Marie est venue Q : Marie viendra
 R : Paul est venu R : Le métro fonctionne
 (1a) : $P \wedge Q \wedge \neg R$ (1c) : $P \wedge Q \rightarrow R$
 (1b) : $\neg R$ (1d) : $P \leftrightarrow Q$

Jean et Marie viennent	le métro fonctionne	(1c)
$P \wedge Q$	R	
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Jean vient	Marie vient	(1d)
P	Q	
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Exercice 5

Pour chacune des phrases suivantes, proposez une formule de logique des propositions ayant les mêmes conditions de vérité. On précisera soigneusement la proposition associée à chaque symbole.

- (5)
- Ni Jean ni Marie ne possèdent de voiture.
 - Bien que Paul soit malade, il est parti en vacances.
 - Jean veut à la fois une bicyclette et un train électrique, mais il n'aura ni l'un ni l'autre.
 - Pour que la fête réussisse, il suffit que Paul soit invité.

..... Corrigé

- (6)
- Ni Jean ni Marie ne possèdent de voiture.
($\neg J \wedge \neg M$), avec J = Jean possède une voiture, M = Marie possède une voiture
 - Bien que Paul soit malade, il est parti en vacances.
($M \wedge V$), avec M = Paul est malade, et V = Paul est parti en vacances
 - Jean veut à la fois une bicyclette et un train électrique, mais il n'aura ni l'un ni l'autre.
($Jb \wedge Jt \wedge (\neg Ab \wedge \neg At)$),
avec Jb = Jean veut une bicyclette, Jt = Jean veut un train électrique, Ab = Jean aura une bicyclette, et At = Jean aura un train électrique
 - Pour que la fête réussisse, il suffit que Paul soit invité.
($I \rightarrow R$), avec I = Paul est invité, R = la fête réussit