

L6FL001 Sémantique formelle – 21/22	
Corrigé	
DST n°1 – Groupe 2	8 Mars 2022

Exercice 1

Traduire les phrases suivantes en logique des propositions. en indiquant à quelle proposition correspond chaque symbole de proposition.

- (1)
- Jean n'est pas seulement stupide, mais il est aussi méchant.
 - Jean ne viendra que si Paul ne vient pas.
 - Je vais à la plage ou au cinéma à pied ou en voiture.

Correction :

- (2) a. Jean n'est pas seulement stupide, mais il est aussi méchant.

Jean est stupide	P
Jean est méchant	Q

$$(P \wedge Q)$$

- b. Jean ne viendra que si Paul ne vient pas.

Jean viendra	P
Paul vient	Q

$$(P \rightarrow \neg Q)$$

Explications : La négation complique les choses. Raisonnons avec un autre exemple : « Jean ne viendra que s'il fait beau »

4 cas : Jean vient et il fait beau

Jean vient et il ne fait pas beau FAUX!

Jean ne vient pas et il fait beau

Jean ne vient pas et il ne fait pas beau

Donc ici, c'est 'jean vient' \rightarrow 'il fait beau'

- c. Je vais à la plage ou au cinéma à pied ou en voiture.

Je vais à la plage à pied	P
Je vais à la plage en voiture	Q
Je vais au cinéma à pied	R
Je vais au cinéma en voiture	S

$$(P \vee Q \vee R \vee S)$$

variante (\vee = "ou exclusif") : $(P \vee Q) \wedge (R \vee S)$

Exercice 2

- Traduire la phrase suivante en logique des propositions.
- Donner ses conditions de vérité quand on est dans le cas où : (a) Marie est seule, (b) il est tard, et (c) Paul n'est pas en retard.
- Décrivez une situation dans laquelle cette phrase est fausse.

On ne demande pas une table de vérité complète.

- (3) Quand Paul est en retard, et si elle est seule et qu'il est tard, Marie a peur.

Correction :

- Traduction possible : $(P \rightarrow ((M_S \wedge T) \rightarrow M_P))$, avec
 - Paul est en retard : P
 - Marie est seule : M_S
 - Il est tard : T
 - Marie a peur : M_P
- La situation décrite correspond à : (a) $P = 0$, (b) $T = 1$, et (c) $M_S = 1$.
Il reste donc M_P , pour lequel on énumère les différents cas possibles :

P	M_S	T	M_P	$(P \rightarrow ((M_S \wedge T) \rightarrow M_P))$
0	1	1	0	$(0 \rightarrow ((1 \wedge 1) \rightarrow 0)) = (0 \rightarrow (1 \rightarrow 0)) = (0 \rightarrow 0) = 1$
0	1	1	1	$(0 \rightarrow ((1 \wedge 1) \rightarrow 1)) = (0 \rightarrow (1 \rightarrow 1)) = (0 \rightarrow 1) = 1$

- La table complète est la suivante :

P	M_S	T	M_P	$(M_S \wedge T)$	$((M_S \wedge T) \rightarrow M_P)$	$(P \rightarrow ((M_S \wedge T) \rightarrow M_P))$
0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

La seule situation qui rend la formule fausse est celle dans laquelle Paul est en retard, Marie est seule, il est pas tard et (*pourtant*) Marie n'a pas peur.

Exercice 3

Montrer que, quelles que soient φ et ψ , les paires de formules suivantes sont équivalentes (on a omis les parenthèses extérieures).

- $\varphi \rightarrow \psi \quad \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$
- $\varphi \leftrightarrow \psi \quad (\varphi \wedge \psi) \vee (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$
- $\varphi \vee \psi \quad \psi \vee \varphi$

