

Exercice 1

Pour chacune des formules du calcul des prédicats ci-dessous, indiquez la portée des quantificateurs et les variables libres et précisez s'il s'agit d'une phrase (exercice tiré de Gamut 1991a:77).

- | | |
|---|--|
| 1. $\exists x (Axy \wedge Bx)$ | 1. $\exists x (Axy \vee By)$ |
| 2. $\exists x Axy \wedge Bx$ | 2. $\exists x Axx \vee \exists y By$ |
| 3. $\exists x \exists y Axy \rightarrow Bx$ | 3. $\exists x (\exists y Axy \vee By)$ |
| 4. $\exists x (\exists y Axy \rightarrow Bx)$ | 4. $\forall x \forall y ((Axy \wedge By) \rightarrow \exists w Cxw)$ |
| 5. $\neg \exists x \exists y Axy \rightarrow Bx$ | 5. $\forall x (\forall y Ayx \rightarrow By)$ |
| 6. $\forall x \neg \exists y Axy$ | 6. $\forall x \forall y Ayy \rightarrow Bx$ |
| 7. $\neg Bx \rightarrow (\neg \forall y (\neg Axy \vee Bx) \rightarrow Cy)$ | |

..... Corrigé

	<i>Quantific.</i>	<i>Portée</i>	<i>Variables libres</i>	<i>Phrase</i>
1.	$\exists x$	$Axy \wedge Bx$	y	<i>non</i>
2.	$\exists x$	Axy	y	<i>non</i>
			x dans Bx	
3.	$\exists x$	$\exists y Axy$	x dans Bx	<i>non</i>
		$\exists y$	Axy	
4.	$\exists x$	$\exists y Axy \rightarrow Bx$	<i>aucune</i>	<i>oui</i>
		$\exists y$	Axy	
5.	$\exists x$	$\exists y Axy$	x dans Bx	<i>non</i>
		$\exists y$	Axy	
6.	$\forall x$	$\neg \exists y Axy$	<i>aucune</i>	<i>oui</i>
		$\exists y$	Axy	
7.	$\forall y$	$\neg Axy \vee Bx$	x	<i>non</i>
			y dans Cy	
8.	$\exists x$	$Axy \vee By$	y	<i>non</i>
9.	$\exists x$	Axx	<i>aucune</i>	<i>oui</i>
		$\exists y$	By	
10.	$\exists x$	$\exists y Axy \vee By$	y dans By	<i>non</i>
		$\exists y$	Axy	
11.	$\forall x$	$\forall y ((Axy \wedge By) \rightarrow \exists w Cxw)$	<i>aucune</i>	<i>oui</i>
		$\forall y$	$(Axy \wedge By) \rightarrow \exists w Cxw$	
		$\exists w$	Cxw	
12.	$\forall x$	$\forall y Ayx \rightarrow By$	y dans By	<i>non</i>
		$\forall y$	Axy	
13.	$\forall x$	$\forall y Ayy$	x dans Bx	<i>non</i>
		$\forall y$	Ayy	

Exercice 2

Représenter en logique des prédicats les phrases suivantes. On précisera l'interprétation de chaque prédicat utilisé.

Exemple : « Si Marie est belle, tout le monde l'aime » : $(B(m) \rightarrow \forall x A(x, m))$

$B(x) = x$ est beau ; $A(x, y) = x$ aime y .

- (1) a. Jean est fâché parce que Marie n'est pas venue.
 b. Tout le monde est furieux dès que quelqu'un fait du bruit.
 c. Qui veut noyer son chien l'accuse de la rage.¹

..... Corrigé

- (2) a. Jean est fâché parce que Marie n'est pas venue.
 b. Tout le monde est furieux dès que quelqu'un fait du bruit.
 c. Qui veut noyer son chien l'accuse de la rage.

Légende

	$F_1(x)$	= x est fâché
	$V(x)$	= x est venu
(2-a)	$(F_1(j) \wedge V(m))$	$F_2(x)$ = x est furieux
(2-b)	$(\exists x B(x) \rightarrow \forall y F_2(y))$	$B(x)$ = x fait du bruit
(2-c)	$\forall x \forall y ((C(y) \wedge P(x, y) \wedge N(x, y)) \rightarrow A(x, y))$	$C(x)$ = x est un chien
		$P(x, y)$ = x possède y
		$N(x, y)$ = x veut noyer y
		$A(x, y)$ = x accuse y de la rage

Exercice 3

Représenter en logique des prédicats les phrases suivantes. On précisera l'interprétation de chaque prédicat utilisé.

- (3) a. Tout le monde est marqué par un amour déçu
 b. Tout le monde est réveillé s'il y a un bruit dans la cour
 c. Personne n'a répondu à toutes les questions
 d. Jean lit tous les livres que personne ne lit

1. Par exemple, $C(x) = x$ est un chien, $P(x, y) = x$ possède y , $A(x, y) = x$ accuse y de la rage, $N(x, y) = x$ veut noyer y .

..... Corrigé

- (4) a. Tout le monde est marqué par un amour déçu.
Ambigu : $\forall x \forall y ((P(x) \wedge A(y)) \rightarrow M(x, y))$
 $\forall x \exists y ((P(x) \wedge A(y)) \rightarrow M(x, y))$ **ou** $\forall x (P(x) \rightarrow \exists y (A(y) \wedge M(x, y)))$
- b. Tout le monde est réveillé s'il y a un bruit dans la cour.
Deux façons équivalentes de l'écrire :
 $(\exists x B(x) \rightarrow \forall y (P(y) \rightarrow R(y)))$ **ou** $\forall x (P(x) \rightarrow (\exists y (B(y) \rightarrow R(x))))$